Dipartimento di rete – matematica

ESERCIZIARIO DI MATEMATICA
PER PREPARARSI ALLA SCUOLA SUPERIORE

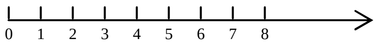
progetto “Continuità”

SCUOLA SECONDARIA DI I GRADO
Istituti comprensivi:
Riva 1
Riva 2
Arco
Dro
Valle dei Laghi
Val di Ledro
Gardascuola

SCUOLA SECONDARIA DI II GRADO:
Liceo Classico “A. Maffei” – Riva del Garda
Istituto Tecnico “G. Floriani” – Riva del Garda
Istituto Tecnico per il Turismo e Liceo Scientifico Gardascuola – Arco

INDICE DEGLI ARGOMENTI

I NUMERI NATURALI

TEORIA	ESEMPIO
L'insieme N dei numeri naturali è infinito e ordinato	 $2 < 3 < 4 < ....100 < 101...$
Le proprietà dell'**addizione** nell'insieme N : • *commutativa* $a + b = b + a$ • *associativa* $a + b + c = a + (b + c)$ Elemento neutro: lo zero (0) $a + 0 = 0 + a = a$	$3 + 8 = 8 + 3 = 11$ $6 + 5 + 2 = 6 + (5 + 2) = 6 + 7 = 13$ $12 + 0 = 0 + 12 = 12$
Le proprietà della **moltiplicazione** nell'insieme N : • *commutativa* $a \cdot b = b \cdot a$ • *associativa* $a \cdot b \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ • *distributiva* $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ Elemento neutro: l'uno (1) $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$	$3 \cdot 4 = 4 \cdot 3 = 12$ $2 \cdot 5 \cdot 3 = 2 \cdot (5 \cdot 3) = 2 \cdot 15 = 30$ $3 \cdot (4 + 5) = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 = 12 + 15 = 27$ $17 \cdot 1 = 1 \cdot 17 = 17$
Operazioni inverse: • *sottrazione* • *divisione* Nell'insieme N • in una differenza il *minuendo* è maggiore o uguale al sottraendo; • in un quoziente il *dividendo* è multiplo del divisore	$7 - 5 = 2$ $5 - 7 =$ un numero che non appartiene a N $28 \div 7 = 4$ $29 \div 7 =$ un numero che non appartiene a N
Divisione con 0 e 1 • • $a \div 1 = a$ • $a \div a = 1$ $0 \div a = 0$ • $a \div 0$ è impossibile • $0 \div 0$ è indeterminato	$13 \div 13 = 1$ $24 \div 1 = 24$ $0 \cdot \div 11 = 0$ $15 \div 0$ è impossibile
Le **espressioni** si risolvono osservando alcune precedenze. Vanno eseguite per prime: • moltiplicazioni e divisioni; • le operazioni in parentesi, a cominciare dalle parentesi più interne.	$[15 - (3 \cdot 2 + 1)] \div 4 =$ $[15 - (6 + 1)] \div 4 =$ $[15 - 7] \div 4 =$ $8 \div 4 = 2$
L'insieme Z comprende i numeri interi *positivi* e *negativi* e lo *zero*. Nell'insieme Z è sempre possibile la sottrazione.	$5 - 7 = -2$

Proprietà invariantiva della sottrazione La differenza non cambia se si aggiunge o si toglie uno stesso valore numerico al minuendo o sottraendo	127 - 47 = 80) = 127 - 47 = (127 + 3) – (47 +3) = 130 – 50 = 80 127 - 47 = (127 – 7) – (47 - 7) 0 120 - 40 = 80
Proprietà invariantiva della divisione Il quoziente non cambia se si moltiplica o si divide per uno stesso valore numerico **diverso da zero** il dividendo e il divisore	1750 : 50 = 35 1750 : 50 = (1750 : 10) : (50 : 10)= 175 : 5 = 35 1750 : 50 = (1750 x 2) : (50 x 2)= 3500 : 100 = 35

Esegui i seguenti esercizi applicando la proprietà invariantiva :

178 - 78 =.......................................	324 - 174=..
432 – 182=.....................................	1729 - 389=.....................................
617 – 227=......................................	1625 – 495=.....................................
1240 : 40 =......................................	8000 : 1600=....................................
1200: 600=.....................................	12500 : 250=....................................
9100 : 700=......................................	7500 : 2500=...................................

Nei seguenti esercizi stabilisci le proprietà applicate:

4 +1 + 8 +2 = 5 +10	Proprietà...................................
2 + 4 + 7 = 4 + 7 + 2	Proprietà...................................
4 x 4 x 3 x 2 = 28 x 6	Proprietà...................................
30 x 10 = 6 x 5 x 2 x 5	Proprietà...................................
7728 – 448 = 7730 - 450	Proprietà...................................
34900 : 3490 = 3490 : 349	Proprietà...................................
(36 – 8) : 4 = 36 : 4 - 8 : 4	Proprietà...................................
6x (5 + 4)= 6 x 5 + 4 x 5	Proprietà...................................

Completa la tabella :

	V	F
3 +7 +9 = 3+ (7 + 9)		
9 x 4 x 12 = 9 x (4 x 12)		
24 : 8 : 2 = 24 : (8 : 2)		
41 – 16 – 4 = 41 – (16 – 4)		
24 : 6 x 2 = 24 : (6 x 2)		
132 – 150 = 150 – 132		
1 x 0 = 0		
2 : 0 = 2		
0 :0 = indeterminata		
5 x 0 = 1		
0+ 0 = 0		

0 x 0 = 0	V	F
9 x 0 = 9		
9 x 0 = 0		
1 : 11= 11		
11 : 1 = 1		
0 :4 = 0		
0 :4 = 4		
0 :4 = impossibile		
5 :0 = 0		
5 :0 = 5		
5 :0 = indeterminata		
5 :0 = impossibile		

{ 9 x 8 + 3 x [25 x 2 + 45 x (18 – 14) – 10 x 6] – 27 x 2 x 9 } x 6 – 91 – 480 = 5

{ 11 x 12 : 11 + [3 x 3 – 5 + 2 x 7 – (45 : 3 - 3 x 5) : 5] : 6} x 2 – 10 = 20

TEORIA	ESEMPIO
La potenza di un numero è il numero che si ottiene moltiplicando tanti fattori uguali alla base quanti ne indica l'esponente. In generale: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ volte}}$	*esponente* $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ *base*
Proprietà delle potenze 1. *Prodotto di potenze con base uguale* è una potenza della stessa base che ha per esponente la somma degli esponenti. 2. *Quoziente di potenze con base uguale* è una potenza della stessa base con esponente la differenza degli esponenti. 3. *Potenza di una potenza* è una potenza della stessa base che ha per esponente il prodotto degli esponenti. 4. *Prodotto di potenze con esponente uguale* è una potenza con lo stesso esponente che ha per base il prodotto delle basi. 5. *Quoziente di potenze con esponente* uguale è una potenza con lo stesso esponente che ha per base il quoziente delle basi.	$4^2 \cdot 4^5 \cdot 4^3 = 4^{2+5+3} = 4^{10}$ $3^8 \div 3^6 = 3^{8-6} = 3^2$ $(5^3)^4 = 5^{3 \cdot 4} = 5^{12}$ $4^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 = (4 \cdot 3 \cdot 5)^3 = 60^3$ $15^4 \div 5^4 = (15 \div 5)^4 = 3^4$
Potenze con 0 e 1 $a^1 = a$ $1^n = 1$ $a^0 = 1$ $0^n = 0$ 0^0 non definita	$23^1 = 23$ $1^5 = 1$ $52^0 = 1$ $0^{15} = 0$
Potenze di 10: $10^0 = 1$ $\quad 10^1 = 10$ $\quad 10^2 = 100$ $\quad 10^3 = 1000$	

Completa, quando è possibile, le seguenti uguaglianze in N in modo che risultino vere:

a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^{\dots}$

b) $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 2^{\dots} \cdot 3^{\dots} = 6^{\dots}$

c) $25^3 = 5^{\dots}$

d) $1^{\dots} = 5$

e) $7^{\dots} = 0$

f) $3^{\dots} = 1$

g) $2^{\dots} \cdot 3^{\dots} = 1$

h) $0^{\dots} = 1$

i) $0^{\dots} = 0$

j) $(15 \div 5)^3 = 15^3 \div \ldots\ldots$

k) $10.000 = 10^{\dots}$

l) $11^{\dots} \cdot 2^{\dots} = 22^7$

m) $35^{\dots} \div 5^4 = \ldots\ldots^4$

n) $8^3 \cdot 8^{\dots} = 8^5$

o) $8^5 \div 2^{\dots} = \ldots\ldots^5$

p) $[(2^{\dots})^4]^2 = 2^{24}$

q) $(5^3 \cdot 5^3) = \ldots\ldots^6$

r) $\left\{\left[\left(3^{\dots}\right)^{\dots}\right]^0\right\}^3 = \ldots\ldots$

s) $\left(16^2 \div 8^2 \cdot 2^2\right)^{\dots} = 2^{12}$

t) $\left(3^2\right)^{\dots} = 3^8$

u) $12^{\dots} \div 4^3 = 3^3$

v) $\left(2^{\dots} \cdot 3^{\dots}\right)^3 = 6^6$

z) $\left(2^{\dots} \cdot 3^{\dots} \cdot 5^{\dots}\right)^{\dots} = 1$

Indica quali delle seguenti uguaglianze sono Vere e quali False:

a)	$7^5 = 5^7$	V	F	f)	$2^4 \cdot 2^3 = 4^7$	V	F
b)	$2^3 \cdot 3^3 = 6^3$	V	F	g)	$7^4 = 49^2$	V	F
c)	$6^4 \div 2 = 3^4$	V	F	h)	$4^3 \cdot 4^3 = 16^3$	V	F
d)	$7^3 \div 7^3 = 7^0$	V	F	i)	$2^7 = \left(2^3\right)^4$	V	F
e)	$\left(5^3\right)^2 = \left(5^2\right)^3$	V	F	j)	$4^3 \cdot 4^3 = 4^6$	V	F

Applicando le proprietà delle potenze, calcola:

a) $5^2 \cdot 5^4$

b) $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2$

c) $3^5 \div 3^2$

d) $4^4 \div 4$

e) $7^2 \cdot 7^4 \div 7^6$

f) $3^6 \div 3 \cdot 3^3$

g) $\left(2 \cdot 2^5\right) \div \left(2^7 \div 2^4\right)$

h) $5^{12} \div \left(5^8 \div 5 \cdot 5^4\right)$

i) $\left(5^2\right)^3$

j) $\left(7^6\right)^0$

k) $\left(4^5 \div 4^3\right)^3$

l) $\left[\left(2^7 \div 2^5\right)^2\right]^3$

m) $6^2 \cdot 2^2$

n) $5^6 \cdot 2^6$

o) $8^2 \cdot 8^3 \div \left(2^4 \cdot 4^4\right)$

p) $\left(12^5 \div 6^5\right)^2 \div 2^{10}$

LA DIVISIBILITÀ

TEORIA	ESEMPIO
Un **multiplo** di un numero naturale a è il prodotto di a per un numero naturale	12 è multiplo di 3 perché $3 \cdot 4 = 12$ 21 è multiplo di 7 perché $7 \cdot 3 = 21$
Il numero naturale d è un **divisore** del numero naturale a se a è un multiplo di d	4 è divisore di 12 perché $4 \cdot 3 = 12$ 6 è divisore di 30 perché $6 \cdot 5 = 30$
Regole della divisibilità Il numero d, divisore di entrambi i numeri a e b, è anche divisore della loro somma e della loro differenza Se il numero a è divisore del numero b, e se, a sua volta, b è divisore di c, allora a è divisore anche del numero c.	7 è divisore di 35 e 21 7 è divisore di $(35+21)$ cioé di 56; 7 è divisore di $(35-21)$ cioé di 14. Se 3 è divisore di 12, e 12 è divisore di 36, allora 3 è divisore di 36
Criteri di divisibilità Un numero è divisibile per 2 quando l'ultima cifra a destra è pari, cioè $0, 2, 4, 6, 8$. Un numero è divisibile per 5 quando l'ultima cifra a destra è 0 oppure 5. Un numero è divisibile per 10 quando l'ultima cifra a destra è 0. Un numero è divisibile per 4 quando le ultime due cifre a destra formano un numero divisibile per 4. Un numero è divisibile per 25 quando le ultime due cifre a destra formano un numero divisibile per 25 $(00, 25, 50, 75)$. Un numero è divisibile per 3 quando la somma delle sue cifre è un numero divisibile per 3. Un numero è divisibile per 9 quando la somma delle sue cifre è un numero divisibile per 9.	divisibili per 2: $1774-3456-98-35790...$ divisibili per 5: $235-2110-7845-200...$ divisibili per 10: $2000-90-7340...$ divisibili per 4: $132-856-992...$ divisibili per 25: $275-1950-4500-9425...$ divisibili per 3: $7215-552-489-840..$ divisibili per 9: $342-1827-3546-9180...$
I **numeri primi** sono i numeri naturali che hanno come divisori soltanto se stessi e l'unità.	7 (divisori 1 e 7) 13 (divisori 1 e 13) 19 (divisori 1 e 19)
Si chiamano **numeri composti** i numeri naturali maggiori di 2 che non sono numeri primi. Un numero naturale composto è rappresentato da una sola scomposizione in fattori primi.	$8 = 2 \cdot 4$ $18 = 3 \cdot 6$ $51 = 3 \cdot 17$ $24 = 2^3 \cdot 3$ $45 = 3^2 \cdot 5$ $50 = 2 \cdot 5^2$
Il **Massimo Comune Divisore (M.C.D.)** di due o più numeri è il più grande dei divisori che essi hanno in comune.	M.C.D. $(8;12) = 4$ M.C.D. (15;25)=5 M.C.D. $(36;45) = 9$
Il **minimo comune multiplo (m.c.m.)** di due o più numeri è il più piccolo dei loro multipli comuni.	m.c.m. $(4;6) = 12$ m.c.m. $(15;12) = 60$ m.c.m. $(18;10) = 90$

Il minimo comune multiplo, m. c. m. , di due o più numeri è il più piccolo dei loro multipli comuni. Per calcolare il m. c. m. di due o più numeri si scompongono i numeri dati in fattori primi e si moltiplicano i fattori comuni e non comuni, presi una volta sola con l' esponente maggiore

Il massimo comun divisore , M. C. D. , di due o più numeri è il più grande dei divisori comuni. Per calcolare il M. C. D. di due o più numeri si scompongono i numeri dati in fattori primi e si moltiplicano solo i fattori comuni, presi una volta sola con l' esponente minore.

Calcola mentalmente

Numeri	m.c.m.	M.C.D	Numeri	m.c.m.	M.C.D
3; 15 ; 30			9; 18 ; 27		
6 ; 12 ; 24			12 ; 5 ; 30		
7 ; 21; 42			8 ; 5 ; 2		

Calcola il m.c.m. e il M.C.D tramite scomposizione

104 ; 78 ; 36	9 ; 24 ; 30	180 ; 270; 540
900 ; 250; 280	210; 420; 150;	360; 108;

Tre funivie partono contemporaneamente da una stessa stazione. Se la prima compie il tragitto in 15 minuti, la seconda in 10 minuti e la terza in 20 minuti, dopo quante ore partiranno di nuovo insieme? [1 ora]

Durante un'esercitazione militare, alcuni soldati si dispongono in file per 3, per 4, per 5 per 6. Quanti sono i soldati e quante file si formano ogni volta? [60 soldati, 20; 15 ; 12; 10]

Intorno ad un campo rettangolare di dimensioni di 65 cm e 30 cm, si piantano degli alberi a uguale distanza l'uno dall'altro, in modo che si ala maggiore possibile e che vi sia un albero ad ogni angolo. A quale distanza si devono piantare gli alberi? Quanti ne occorrono ?
[15m 38]

Una pista è illuminata da tre fari, giallo, verde, azzurro, che si accendono rispettivamente ogni 10 secondi, 12 secondi, 15 secondi. Se all'inizio della serata si sono accesi contemporaneamente, dopo quanto tempo si riaccendono tutti insieme?
[1 minuto]
Completa tenendo presente che a; b; c sono numeri naturali diversi da zero

	V	F
Se a è multiplo di b, allora M.C.D. (a; b) = a		
Se b è multiplo di a, allora M.C.D. (a; b) = a		
Se a è multiplo di b, allora M.C.D. (a; b) = a		
Se a è divisore di b, allora M.C.D. (a; b) = a		
Se b è divisore di a, allora M.C.D. (a; b) = a		
Se a è multiplo di b, allora m.c.m.(a ; b)= a		
Se a è multiplo di b, allora m.c.m.(a ; b)= b		
Se a è multiplo di b, e c è multiplo di b, allora m.c.m.(a ; b; c)= c		
Se a è multiplo di b e di c, allora m.c.m.(a ; b; c)= a		
Se a e b sono numeri primi tra loro, allora m.c.m.(a ; b)= a × b		

I NUMERI RAZIONALI

<table>
<tr><th>TEORIA</th><th>ESEMPIO</th></tr>
<tr><td>Addizionare o sottrarre frazioni

con lo stesso denominatore: si sommano o si sottraggono i numeratori mantenendo il denominatore comune;

con denominatori diversi: si devono ridurre le frazioni allo stesso denominatore, poi addizionare o sottrarre i numeratori, mantenendo il denominatore comune.</td><td>

$\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$ $\qquad$ $\frac{4}{5}-\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$

$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{8}{12}+\frac{9}{12}=\frac{17}{12}$ $\qquad$ $\frac{7}{8}-\frac{1}{6}=\frac{21}{24}-\frac{4}{24}=\frac{17}{24}$</td></tr>
<tr><td>Moltiplicare una frazione

per un numero naturale: si deve moltiplicare il numeratore per il numero, mantenendo il denominatore;

per una frazione: si devono moltiplicare fra loro sia i numeratori che i denominatori.</td><td>

$\frac{2}{5}\cdot 3=\frac{6}{5}$

$\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{7}=\frac{3\cdot 5}{4\cdot 7}=\frac{15}{28}$</td></tr>
<tr><td>Data una frazione non nulla, si chiama frazione inversa quella che si ottiene scambiando fra di loro numeratore e denominatore.</td><td>$\frac{9}{10}$ è l’inversa di $\frac{10}{9}$</td></tr>
<tr><td>Dividere una frazione

per un numero naturale: è sufficiente moltiplicare la frazione per l’inverso del numero;

per una frazione: si deve moltiplicare la frazione per l’inversa della frazione divisore.

In una divisione tra numeri razionali il quoziente può essere maggiore del dividendo, diversamente da quanto accade per i numeri naturali.</td><td>

$\frac{4}{5}\div 3=\frac{4}{5}\div\frac{3}{1}=\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{3}=\frac{4}{15}$

$\frac{2}{3}\div\frac{5}{2}=\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$

$\frac{3}{4}\div\frac{1}{5}=\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{1}=\frac{15}{4}$ $\qquad$ $\frac{15}{4}>\frac{3}{4}$</td></tr>
<tr><td>Valgono per le operazioni tra frazioni le proprietà delle operazioni fra numeri naturali:

per l’addizione
proprietà commutativa
proprietà associativa
per la moltiplicazione
proprietà commutativa
proprietà associativa
proprietà distributiva</td><td>

$\frac{3}{5}+\frac{2}{3}=\frac{2}{3}+\frac{3}{5}=\frac{19}{15}$
$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{4}=\frac{7}{6}+\frac{1}{4}=\frac{17}{12}$

$\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{2}=\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{5}=\frac{6}{5}$
$\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{2}=\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{4}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{2}=\frac{5}{12}$
$\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{3}{8}+\frac{1}{2}=\frac{7}{8}$</td></tr>
<tr><td>Per elevare una frazione ad un esponente si elevano a quell’esponente il numeratore e il denominatore della frazione</td><td>$\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{2^3}{3^3}=\frac{8}{27}$</td></tr>
</table>

1 Prima parte: esercizi introduttivi sulle frazioni

1.1 Spiega cosa si intende per frazione propria, impropria e per frazioni equivalenti

1.2 Date le seguenti frazioni, scrivi una frazione equivalente avente il denominatore indicato:

1.2.1 $\frac{2}{5}=\frac{}{20}$;

1.2.4 $\frac{2}{3}=\frac{}{6}$;

1.2.2 $\frac{13}{7}=\frac{}{21}$;

1.2.5 $\frac{7}{5}=\frac{}{20}$;

1.2.3 $\frac{45}{50}=\frac{}{10}$;

1.2.6 $5=\frac{}{5}$;

1.3 Disegna due rettangoli congruenti, di lati 6 cm e 4 cm. Indica sul primo disegno una parte corrispondente ai $\frac{5}{8}$ del rettangolo, sul secondo una parte corrispondente ai $\frac{26}{24}$ del rettangolo.

1.4 Metti il segno > o < tra le seguenti coppie di frazioni:

$$\frac{1}{3}\ \frac{2}{3};\ \frac{3}{7}\ \frac{3}{2};\ \frac{13}{27}\ \frac{1}{2};\ \frac{3}{9}\ \frac{9}{3};\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{5};\ \frac{3}{5}\ \frac{2}{5};\ \frac{3}{2}\ \frac{5}{7}$$

1.5 Riscrivi le seguenti frazioni in ordine decrescente:

$$\frac{1}{2};\frac{13}{14};\frac{29}{30};\frac{17}{32};\frac{5}{2};\frac{9}{19};$$

1.6 Rappresenta su una retta orientata i seguenti gruppi di frazioni, scegliendo una opportuna unità di misura:

1.6.1 $\frac{1}{3};\frac{7}{6};\frac{5}{4};2;\frac{7}{3};\frac{2}{6};$

1.6.2 $\frac{1}{3};\frac{7}{6};\frac{29}{15};\frac{9}{3};\frac{19}{30};$;

1.7 Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni: $\frac{20}{40}$; $\frac{34}{32}$; $\frac{36}{27}$;

1.8 Scrivi la frazione generatrice dei seguenti numeri decimali, specificando se si tratta di numeri decimali limitati, illimitati periodici semplici o illimitati periodici composti:

1.8.1 $0,\overline{7}=$;

1.8.3 $0,9\overline{4}=$;

1.8.2 $5,5=$;

1.8.4 $1,1\overline{36}=$;

2 Seconda parte: operazioni con frazioni ed espressioni

2.1 $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^5 \div \left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^2 =$

2.2 $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 \cdot \left[2^3 \div 2^2\right]^5 =$

2.3 $\frac{4}{9} \cdot \left[\left(1+\frac{3}{10}\right)+\left(1+\frac{6}{5}\right) \cdot \frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right]+\left(2-\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{3}{7}=$

2.4 $\left[\frac{1}{2}+\left(1-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right) \div \frac{4}{3}\right]+\frac{16}{33} \div \frac{64}{55}=$

2.5 $\left[\left(\frac{4}{3}+\frac{7}{6}\right)^3 \div \left(\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+1\right)\right]^2 \div \left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{8}\right)=$

2.6 $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 \div \left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \frac{5}{2}+\left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^2\right] \div \frac{41}{15}=$

2.7 $\left\{\left[\left(2-\frac{4}{5}\right)^2 \cdot \left(2-\frac{1}{3}\right)^2 \div \frac{8}{7}\right]^2+\left(3-\frac{3}{4}\right)\right\} \div \frac{29}{6}=$

3 Terza parte: problemi con frazioni

3.1 Un debito di 5000 euro viene pagato in due rate. La prima è $\frac{2}{3}$ della seconda. A quanto ammonta la seconda rata?

3.2 Un triangolo isoscele ha il perimetro di 90 cm. Calcola la misura dei suoi lati sapendo che il lato obliquo è $\frac{5}{8}$ della base.

3.3 In un parallelogramma un lato è $\frac{1}{6}$ dell'altro e la loro differenza è 70 cm. Trova il perimetro del parallelogramma.

3.4 Giorgio legge un libro in una settimana. Nei primi 2 giorni ne legge i $\frac{3}{8}$, nei successivi 3 giorni i $\frac{2}{5}$ della parte rimanente. Negli ultimi 2 giorni legge le rimanenti 120 pagine. Quante pagine ha in tutto il libro?

RAPPRESENTAZIONE DECIMALE DEI NUMERI RAZIONALI

TEORIA	ESEMPIO
La rappresentazione dei numeri decimali contiene una virgola. Per trasformare: un *numero decimale* in una *frazione* si devono addizionare le singole frazioni decimali che corrispondono alle posizioni delle cifre decimali; una *frazione decimale* in un *numero decimale* si scrive il numeratore e si pone la virgola, partendo dall'ultima cifra a destra, tanti passi indietro quanti sono gli zeri del denominatore.	$0{,}32 = 0 + \frac{3}{10} + \frac{2}{100}$ $4{,}57 = 4 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100} = \frac{400}{100} + \frac{50}{100} + \frac{7}{100} = \frac{457}{100}$ $\frac{72}{1000} = 0{,}0072$
Si addizionano e si sottraggono i numeri decimali in colonna, sommando e sottraendo le cifre decimali di uguale posizione.	2,07 + 0,4 = 2,47 3,67 - 2,83 = 0,84
Per **moltiplicare** numeri decimali *per le potenze di 10*, si sposta la virgola a destra di tante posizioni quanti sono gli zeri della potenza aggiungendo, se necessario, zeri finali. Per **dividere** numeri decimali *per le potenze di 10*, si sposta la virgola a sinistra di tante posizioni quanti sono gli zeri della potenza, aggiungendo, se necessario, zeri iniziali.	$3{,}924 \cdot 100 = 392{,}4$ $45{,}78 \div 100 = 0{,}4578$
Si possono **moltiplicare** *due numeri decimali* non tenendo conto della virgola e segnando la virgola sul prodotto in modo che abbia tanti decimali quanti ne hanno in totale i due fattori	3,6 x 0,4 = $144 \rightarrow 1{,}44$
Per **dividere** un numero decimale *per un numero naturale* si può eseguire la divisione senza tenere conto della virgola. Quando si incontra la prima cifra decimale del dividendo si inserisce la virgola nel quoziente e si prosegue nel calcolo.	6,258 | 6 =2 | 1,043 25 18 =
Per dividere un numero decimale *per un numero decimale*, si sposta la virgola di un uguale numero di posti sia nel dividendo che nel divisore, finché il divisore non diventa un numero naturale.	$82{,}46 \div 6{,}5 \; = \; 824{,}6 \div 65$
Un numero decimale è: **illimitato** quando dopo la virgola ci sono infinite cifre (diverse da zero); **periodico** quando dopo una o più sue cifre si ripetono ciclicamente	$20 \div 6 = 3{,}333333... = 3{,}\overline{3}$
La **frazione generatrice** di un numero decimale periodico ha come *numeratore* il numero che si ottiene sottraendo dalla parte intera, seguita dall'antiperiodo e dal periodo senza la virgola, il numero corrispondente alla parte intera seguita dall'antiperiodo; e come *denominatore* il numero corrispondente a tanti 9 quante sono le cifre del periodo aggiungendo tanti 0 quante sono le cifre dell'antiperiodo.	$2{,}2\overline{9} = \frac{229-22}{90} = \frac{207}{90} = \frac{23}{10}$

1 Trasforma i numeri decimali in frazioni:

1.1 $0{,}7 =$

1.2 $2{,}32 =$

1.3 $0{,}12 =$

1.4 $2{,}5 =$

2 Trasforma le frazioni in numeri decimali:

2.1 $\frac{2}{3}=$

2.2 $\frac{13}{1000}=$

2.3 $\frac{12}{9}=$

2.4 $\frac{1}{7}=$

3 Scrivi le frazioni generatrici dei seguenti numeri decimali:

3.1 $0,\overline{3}=$

3.2 $1,\overline{6}=$

3.3 $0,\overline{08}=$

3.4 $1{,}0\overline{5}=$

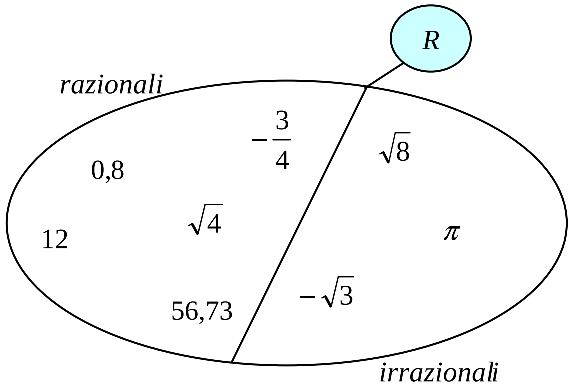
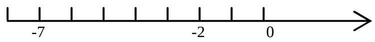
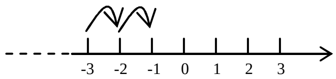
3.5 $0{,}9\overline{4}=$

4 Risolvi:

4.1 $\left(0{,}3+0{,}6:\frac{4}{10}+0{,}2\cdot\frac{3}{10}\right)-(0{,}5)^2\cdot(0{,}2)^2=$

4.2 $(2+0,\overline{6}-0{,}4)\cdot(0,8\overline{3}+1{,}25)\cdot\left(2-\frac{16}{17}\right)=$

I NUMERI REALI RELATIVI

TEORIA	ESEMPIO
L'insieme R **dei numeri reali** (positivi, negativi e il numero 0) è l'unione tra l'insieme dei numeri razionali e l'insieme dei numeri irrazionali.	
Il valore assoluto di un numero reale negativo si ottiene togliendo il segno – dalla scrittura che lo rappresenta, mentre il valore assoluto di un numero positivo o nullo è il numero stesso. Due numeri si dicono opposti quando hanno lo stesso valore assoluto, ma segno diverso.	$\|-5\|=5$ $\|+3\|=3$ $+8$ e -8 sono numeri opposti
Ogni numero reale è minore di ogni altro numero reale che è rappresentato alla sua destra sulla retta numerica.	 $-7<-2$
La somma di due numer iinteri si ottiene contando sulla retta numerica di seguito al primo numero tante unità quante ne indica il secondo numero, tenendo conto del verso (*destra* o *sinistra*) indicato dal segno del secondo addendo. Per sottrarre da un numero intero un altro numero intero, basta addizionare al primo numero (il *minuendo*) l'opposto del secondo numero (il *sottraendo*). Il **prodotto di due numeri interi relativi** è un numero: - positivo quando i due numeri sono *concordi*; - negativo quando i due numeri sono *discordi*. in entrambi i casi il valore assoluto del prodotto è uguale al prodotto dei valori assoluti. Il **quoziente tra due numeri interi relativi** (tali che il valore assoluto del dividendo sia multiplo del valore assoluto del divisore) è un numero: - positivo quando i due numeri sono *concordi*; - negativo quando i due numeri sono *discordi*. in entrambi i casi il valore assoluto del quoziente è uguale al quoziente dei valori assoluti.	 $(-3)+(+2)=-1$ $(+5)-(-2)=(+5)+(+2)=+7$ $(+2)\cdot(+3)=+6$ $(-1)\cdot(-9)=+9$ $(-5)\cdot(+4)=-20$ $(+1)\cdot(-1)=-1$ $(+24)\div(+8)=+3$ $(-30)\div(-3)+10$ $(+45)\div(-9)=-5$ $(-28)\div(+4)-7$

Elevamento a potenza di un numero POSITIVO

Si eleva a potenza il valore assoluto del numero e ha sempre segno positivo.

$$(+2)^3=+8 \qquad\qquad \left(+\frac{2}{3}\right)^2=+\frac{4}{9}$$

positivo positivo

Elevamento a potenza di un numero NEGATIVO

Si eleva a potenza il valore assoluto del numero; il segno è positivo se l'esponente è pari, negativo se l'esponente è dispari.

esponente pari esponente dispari

$$(-3)^2=+9 \qquad\qquad (-3)^3=-27$$

positivo negativo

La potenza di un numero relativo è negativa solo se la base è negativa e l'esponente dispari.

Anche per le potenze dei numeri relativi valgono le solite convenzioni, che riguardano l'esponente 1 e l'esponente 0:

$$(-5)^1=-5 \qquad (+7)^1=+7 \qquad (+3)^0=1 \qquad (-4)^0=1$$

Anche per le potenze dei numeri relativi valgono le solite proprietà, che riguardano le potenze con la stessa base e le potenze con lo stesso esponente.

Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando, dove è possibile, le proprietà delle potenze

$\left[12+\left(2\cdot 2^2-5^4\div 5^3\right)^3\div\left(3^3\div 3^2\right)^2\right]\div\left(2^2+1\right)$ [3]

$\left[\left(55^2\div 11^2+3^2\right)\div\left(2^0\cdot 2\right)\right]\div 1^7+\left(5^3+5^2\right)\div(3\cdot 5^2)+5^0$ [20]

$1+\left\{1+\left[1+\left(1+2^6\div 2^2\div 2^4\right)+3^2\div 3^2\right]-\left(2^2\right)^0-\left(2^0\right)^3\right\}^2$ [10]

$\left[2+3^6\div 3^4-\left(5^2\cdot 2-7^2\right)+10\right]+5^5\div 5^3$ [25]

$\left[2+\left(2\cdot 2^2\right)^2\div\left(2^3\right)^2\right]^2\div\left[\left(3^2\right)^2\div 9^2\right]^3$ [9]

$\left[\left(6^3\cdot 2^3\div 4^3\right)\div\left(10^4\div 5^4-7\right)\cdot 3^4\right]^2\div\left(3^3\cdot 3^2\right)^2$ [1]

$\left[\left(2\cdot 5+5-3^2\right)\div 2+5\cdot 3^2-\left(6^2-5^2\right)\div\left(7^0\cdot 11\right)+2^5\div 2^5\right]\div\left[3\cdot\left(2^2\right)^2\right]+\left(17^2\right)^0$ [2]

$(+2)^2 =$ .... $(+9)^2 =$ ....

$(-5)^3 =$ .... $(-2)^5 =$ ....

$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 =$ .... $\left(-\frac{5}{2}\right)^2 =$ ....

$\left(-\frac{6}{5}\right)^2 =$ .... $\left(+\frac{1}{4}\right)^3 =$ ....

$(-3)^6 \div (-3)^4 =$ ....

$(+7)^2 \cdot (+7)^3 =$ ....

$(-2)^6 \div (-2)^5 =$ ....

$(-10)^5 \div (-10)^3 =$ ....

$(-6)^2 \div (+6) =$ ....

$\left(+\frac{1}{2}\right)^5 \div \left(+\frac{1}{4}\right)^5 =$ ....

$\left(-\frac{3}{5}\right)^3 \div \left(-\frac{3}{5}\right)^2 =$ ....

$\left(-\frac{4}{3}\right)^5 \div \left(-\frac{1}{4}\right)^3 =$ ....

$\left[(+3)^2\right]^3 =$ .... $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]^2 =$ ....

$\left[(-2)^3\right]^2 =$ .... $\left[(+2)^3\right]^3 =$ ....

$$\frac{4}{3}\cdot\left\{\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{6}-\left[\frac{5}{6}\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{7}{2}-\frac{5}{3}\right)\div\frac{11}{3}\right]\div 3\right\} \qquad \left[\frac{1}{3}\right]$$

$$\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{12}\div\left(\frac{3}{4}\right)^{8}\right]^2\div\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{2}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{4}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)\right] \qquad \left[\frac{3}{4}\right]$$

$$\left\{\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4}\right]^2\right\}^0\div\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\div\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\right]^3 \qquad [8]$$

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{0}\right]\cdot 4^5 \qquad [32]$$

$$\left(\frac{5}{6}\right)^{2}\div\left(\frac{5}{6}\right)^{2}+\left(2+\frac{1}{5}\right)^{3}\div\left(2+\frac{1}{5}\right)^{3} \qquad [2]$$

$$[6+4\cdot(-3)-3]\div[(-6)\div(-1)-(5-4+2)]+3 \qquad [0]$$

$$[(4+5-2)\cdot(-2)-(3-2+6)\cdot(-2)]\div[(7+15\cdot 2\div 10)-(-2+4)] \qquad [0]$$

$$[12+5-(4\cdot 3-2\cdot 5)+10-8]^3\div[13+1+(-5\cdot 3-2)+4\cdot 5]^3 \qquad [1]$$

$$3-2\cdot 4+\left[5+(-3\cdot 3+4\cdot 2)^4\div(4\cdot 6-6\cdot 3-5)^4+2\right]+2-6 \qquad [-1]$$

$$\left\{[(5+7-3\cdot 2)\div(-4+5\cdot 2)]-\left(-3+2^3-4\right)\cdot(-3-7+15)\right\}^2 \qquad [16]$$

$$\left[5-(3\cdot 2+4\cdot 3)\div\left(2^3-6\cdot 1\right)\right]\cdot[3\cdot 2+(-3-2\cdot 5)]+6 \qquad [-22]$$

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\left(\frac{5}{4}+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{3}{4}-\frac{1}{12} \qquad \left[-\frac{11}{48}\right]$$

$$\left[\left(\frac{6}{5}+\frac{1}{2}-\frac{4}{3}\right)\div\left(\frac{11}{10}\right)^2+\frac{5}{11}\right]\div\frac{15}{3}+\frac{6}{11} \qquad \left[\frac{23}{33}\right]$$

$$\frac{1}{8}-\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{2}+\frac{9}{8}\right)-\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)^2-1\right] \qquad \left[\frac{3}{2}\right]$$

$$\left\{\left[\left(\frac{5}{3}-\frac{1}{9}+\frac{7}{15}-\frac{11}{45}\right)\div\frac{4}{3}\right]^2\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{4}-1\right)-\frac{10}{9}\right\}\cdot\frac{3}{2} \qquad \left[\frac{1}{3}\right]$$

$$\left\{\left(1-\frac{2}{3}\right)^2+\left(3-\frac{4}{3}\right)^2-\frac{13}{3}+\left(\frac{7}{12}\cdot\frac{4}{21}-\frac{1}{4}+1\right)-\frac{5}{12}\right\}^3 \qquad [-1]$$

$$\frac{3}{2}+\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{2}+1\right)^2\div\left(\frac{3}{10}\right)^2+\left[\left(-\frac{3}{8}+\frac{1}{16}+\frac{7}{12}\right)\cdot\frac{16}{13}-\frac{1}{4}\right] \qquad \left[\frac{31}{12}\right]$$

$$\left(\frac{3}{8}-\frac{1}{4}\cdot\frac{6}{5}-2\right)\div\frac{11}{20}\cdot\left[\left(5-\frac{7}{2-1}\right)^2\div\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right]+\left(\frac{3}{8}+4\right)\cdot\frac{4}{5} \qquad [0]$$

$$\left\{\left[\left(\frac{1}{2}-\frac{4}{3}+\frac{1}{4}\right)^2\div\left(\frac{1}{4}-2\right)^2+\left(-\frac{1}{2}+1\right)^3\right]\div\frac{17}{36}\right\}^3\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \qquad \left[\frac{1}{18}\right]$$

$$\left[\frac{3}{5}+\frac{1}{2}-1\div\left(\frac{3}{10}+\frac{4}{5}-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{15}\right]^3\div\left[\left(1+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{10}+\frac{1}{2}\right]\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2 \qquad \left[-\frac{1}{8}\right]$$

Completa la seguente tabella come nell’esempio

Base	**Esponente**				
	0	1	2	3	4
-2	1	-2	$+4$	-8	$+16$
				-27	
				8	
$-\frac{1}{2}$					
$+\frac{2}{3}$					
-1					

APPROFONDIMENTO: IL PIANO CARTESIANO

Cosa devi assolutamente sapere:

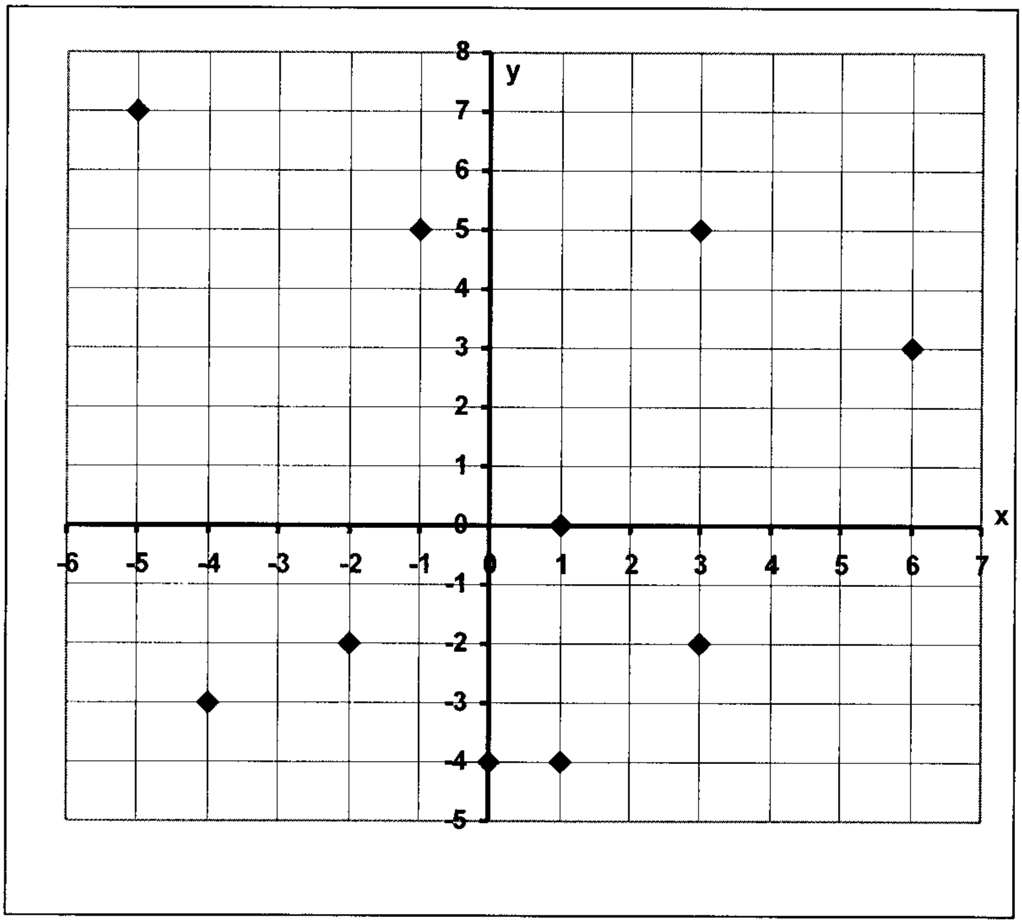
Considera due rette orientate perpendicolari fra loro, chiamate rispettivamente **asse delle ascisse** o semplicemente **asse delle x**, e **asse delle ordinate**, o semplicemente **asse delle y**, e fissa su ognuna di esse un'unità di misura. I due assi costituiscono un **sistema di assi cartesiani** e il piano cui appartengono si dice **piano cartesiano.**
Si chiama **quadrante** ciascuna delle quattro regioni in cui il piano risulta diviso dagli assi cartesiani.
Il punto di intersezione delle due rette si dice **origine** e divide ciascuna delle due rette in due semirette che si dicono rispettivamente :

- **semiasse positivo e semiasse negativo delle ascisse**
- **semiasse positivo e semiasse negativo delle ordinate**

La distanza di un qualunque punto del piano dall'asse delle y si chiama **ascissa** di quel punto, mentre la sua distanza dall'asse delle x si chiama **ordinata.**
L'ascissa e l'ordinata del punto, considerate in questo ordine, si chiamano **coordinate cartesiane** o semplicemente **coordinate** del punto.

Esercizio n. 1

Individua le coordinate cartesiane di ognuno dei punti assegnati



Esercizio n. 2

In un piano cartesiano ortogonale rappresenta i punti assegnati:

A(2; - 6)	B(- 5; 1)	C(3; - 2)	D(8; 0)	E(-2; 4)
F(0; - 5)	G(- 3; - 1)	H(7; 3)	M(2; - 6)	N(4; - 3)

Esercizio n. 3

Scegli la risposta esatta in ciascuno dei seguenti esercizi:

a. Il punto P(- 3; 5) si trova:
   - nel primo quadrante
   - nel secondo quadrante
   - nel quarto quadrante

b. Il punto simmetrico di P (3; -4) rispetto all'asse x è:

- Q (- 3; - 4)
- R (- 3; 4)
- S (3; 4)

c. Il punto simmetrico di A (- 2; 5) rispetto all'asse y è:

- B (2; 5)
- C (- 2; - 5)
- D (2; - 5)

d. La distanza fra il punto A (- 8; 15) e l'origine è:

- 15
- 16
- 17

e. I punti aventi l'ordinata uguale a zero appartengono:

- all'asse x
- all'asse y
- all'origine

f. L'area del triangolo OAB di vertici O (0; 0), A(4; 0), B(0; 3), rispetto a una prefissata unità di misura è:

- 6
- 5
- 4

Ricordando che, dati i punti A (x_1; y_1) e B (x_2; y_2) la loro distanza si ottiene applicando la formula $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$, risolvi i seguenti esercizi.

Esercizio n. 4

Rappresenta nel piano cartesiano il poligono che si ottiene congiungendo, nell'ordine dato, i punti assegnati nei seguenti esercizi. Calcolane quindi perimetro ed area (u = 1 cm):
A (- 4; - 4), B (- 4; 4), C (2; 4).

Esercizio n. 5

Rappresenta nel piano cartesiano i punti A (- 3; - 1), B(5; - 1) e scrivi le coordinate di un terzo punto C tale che ABC sia un triangolo isoscele di base AB. Calcola quindi il suo perimetro e la sua area (u = 1 cm).

Esercizio n. 6

Rappresenta nel piano cartesiano i punti A (- 4; 1), B (2; 9), C (8; 1) e scrivi le coordinate di un quarto punto D, tale che ABCD sia un rombo. Calcola quindi il suo perimetro e la sua area (u = 1 cm).

Ricorda che le coordinate del punto medio M di un segmento di estremi A e B si calcola nel seguente modo:

$$x_M=\frac{x_A+x_B}{2}$$
$$y_M=\frac{y_A+y_B}{2}$$

Esercizio n. 7

Calcola le coordinate del punto medio dei segmenti che hanno rispettivamente per estremi:

- A (2; 1) B (6; 5)
- C (- 4; - 6) D (8; 4)
- E (- 9; 9) F (- 6; 2)

RICORDA:

Una funzione del tipo **y = ax** è l'equazione di una **retta passante per l'origine degli assi**. Il termine **a**, il coefficiente della x, è detto **coefficiente angolare** della retta e ne caratterizza l'inclinazione rispetto all'asse x. Al variare di a, essa rappresenta quindi il fascio di rette di centro O, in particolare:

- per a > 0 rappresenta le rette del fascio che stanno nel I, III quadrante
- per a < 0 rappresenta le rette del fascio che stanno nel II, IV quadrante
- per a = 1 rappresenta la bisettrice del I, III quadrante
- per a = - 1 rappresenta la bisettrice del II, IV quadrante

Esercizio n. 8

Costruisci la tabella dei valori di ciascuna equazione assegnata e disegna il suo diagramma cartesiano:

A. y = 3x; y = - 2x; y = 4x

B. $y=\frac{1}{3}x$; $y=\frac{2}{5}x$; $y=-\frac{1}{2}x$

C. $y=-\frac{3}{2}x$ $y=\frac{3}{4}x$ $y=-\frac{3}{5}x$

Esercizio n.9

Scrivi l'equazione della retta passante per l'origine degli assi e avente per coefficiente angolare **a** il valore dato nei seguenti esercizi:

A. a = - 7 funzione y = _________
Giace nel ________________________

B. a = 9 funzione y = _________
Giace nel ________________________

C. a = - 1 funzione y = _________
Giace nel ________________________

D. a = 1 funzione y = _________
Giace nel ________________________

RICORDA:

Un'equazione del tipo **y = ax + c** è l'equazione di una **retta generica nel piano cartesiano**.

Il termine **a** è il coefficiente angolare e caratterizza l'inclinazione della retta rispetto all'asse x.

Il termine noto **c** rappresenta l'ordinata del punto in cui la retta incontra l'asse y e prende il nome di **ordinata all'origine**.

Esercizio n. 10

Costruisci la tabella dei valori di ciascuna equazione assegnata e disegna il suo diagramma cartesiano:

A. $y = 3x + 2$ $\quad y = -4x - 5$ $\quad y = 2x + 1$

B. $y = 5x - 5$ $\quad y = x - 3$ $\quad y = -x + 2$

C. $y = -x + 1$ $\quad y = 4x - 2$ $\quad y = 2x + 3$

D. $y = 1/2\,x - 1$ $\quad y = 3/4\,x + 2$ $\quad y = 1/3\,x + 1$

Esercizio n. 11

Individua le coordinate del punto di intersezione delle seguenti rette:

A. $y = 2x - 4$ $\quad y = 3x + 2$

B. $y = -2x + 4$ $\quad y = -4x + 1$

C. $y = 3x - 2$ $\quad y = x$

RICORDA CHE:

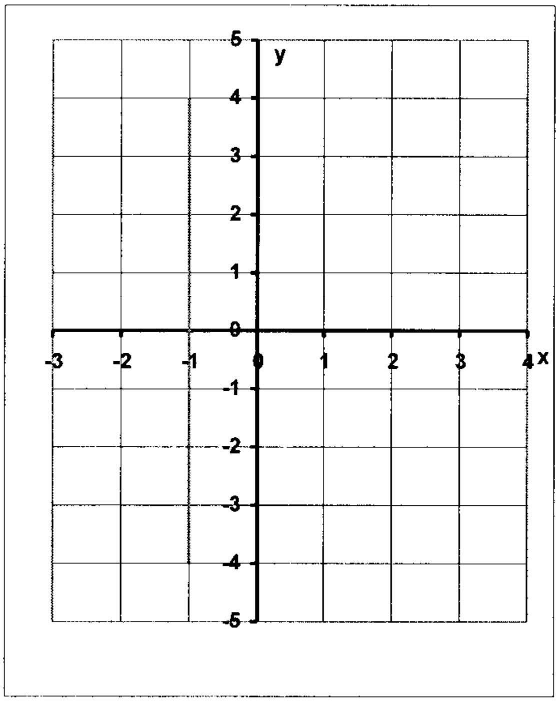
In un sistema cartesiano ortogonale si possono tracciare anche rette **parallele agli assi cartesiani**.

Le **rette parallele all'asse delle x** hanno equazione del tipo **y = a** (a può assumere qualunque valore; se a = 0, la retta è l'asse delle x).

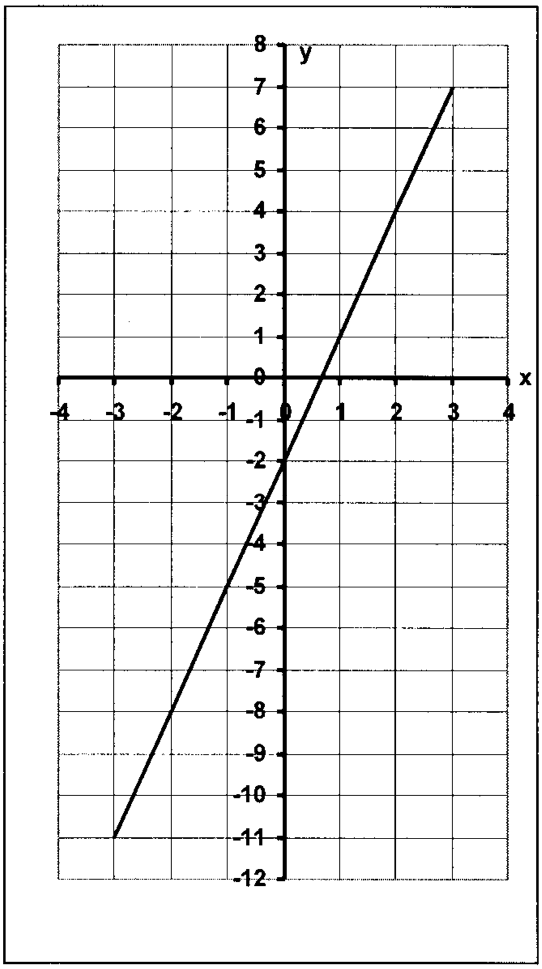
Le **rette parallele all'asse delle y** hanno equazione del tipo **x = b** (b può assumere qualunque valore; se b = 0, la retta è l'asse delle y)

Esercizio n. 11

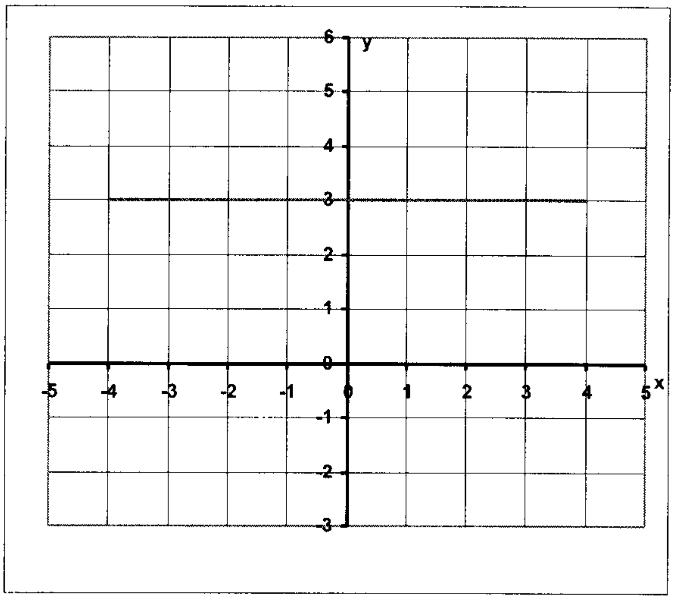
Nei seguenti esercizi, scegli l'esatta equazione di ciascuna retta assegnata:



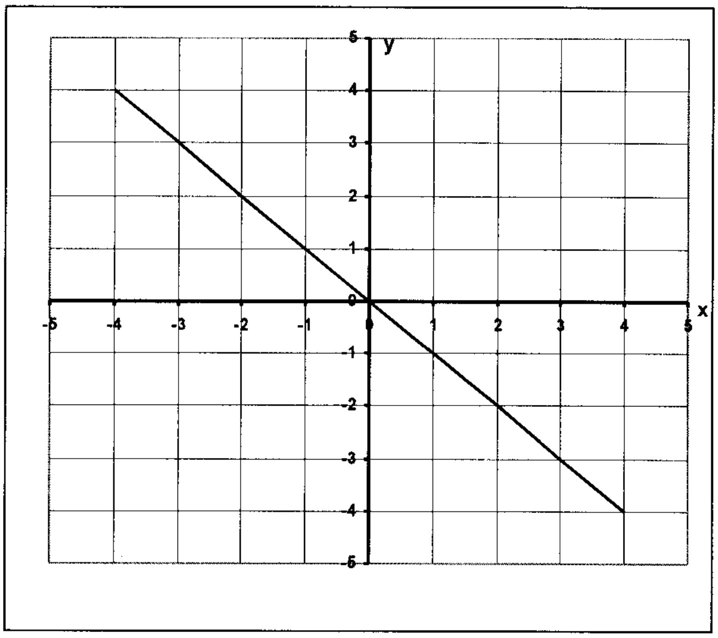
- y = 1
- x = 1
- x = - 1



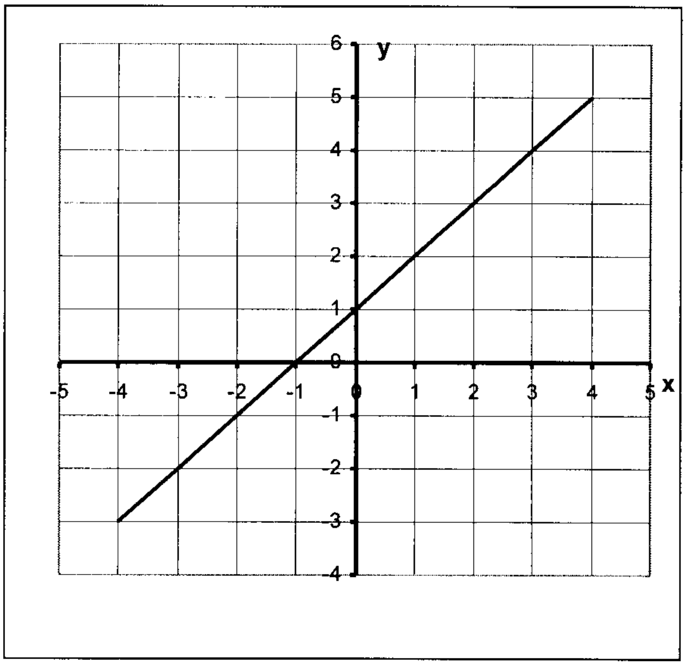
- y = 3 x – 2
- y = x – 2
- y = 2 x – 3



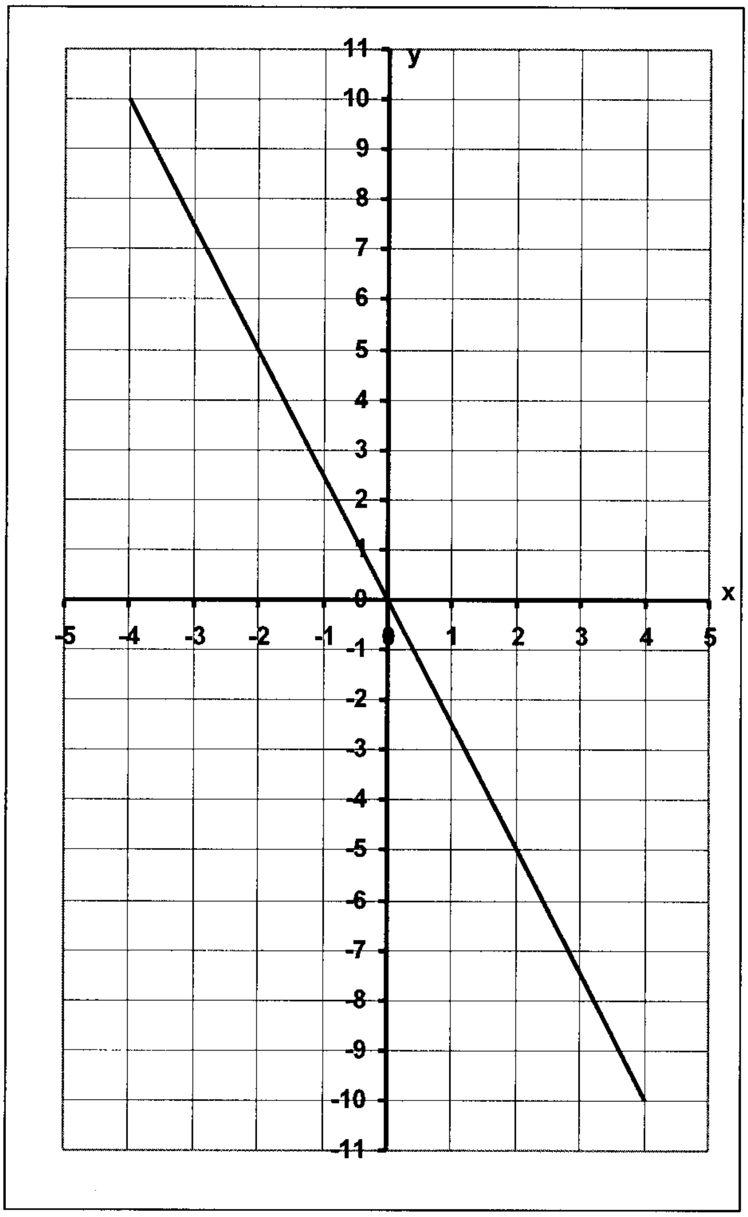
- y = - 3
- y = 3
- y = x + 3



- y = x
- y = - x
- y = - $\frac{3}{4}$ x



- y = x + 1
- y = 3x
- y = x – 1



- y = x – 5/2
- y = - 3 x
- y = - 5/2 x

Due rette rispettivamente di equazione y = mx + c e y = m'x + c' sono **parallele** se hanno lo **stesso coefficiente angolare**, cioè se **m = m'**.
Due rette rispettivamente di equazione y = mx + c e y = m'x + c' sono **perpendicolari** se hanno **coefficienti angolari uno opposto ed inverso dell'altro**, cioè se **m x m' = - 1**.

Esercizio n. 12

Vero o falso? Scrivilo accanto a ciascuna frase:

- Il coefficiente angolare della retta $y=3x-5$ è – 5.
- Il coefficiente angolare della retta $Y=\frac{2}{7}x-9$ è $\frac{2}{7}$.
- Il coefficiente angolare della retta $y=-5x+4$ è 5.
- Il coefficiente angolare della retta $y=\frac{5}{3}x+7$ è $\frac{5}{3}$

Completa le seguenti affermazioni.

- La retta $y=3x-5$ incontra l'asse y nel punto P(..........)
- La retta $y=\frac{2}{7}x-9$ incontra l'asse y nel punto P(..........)
- La retta $y=-5x+4$ incontra l'asse y nel punto P(..........)
- La retta $y=\frac{5}{3}x+7$ incontra l'asse y nel punto P(..........)

Scrivi le equazioni delle rette passanti per il punto P assegnato e aventi per coefficiente angolare m il valore dato:

- m = 2 e passante per P(0,6)
- m = -3 e passante per P(0,-3)
- m = $\frac{1}{3}$ e passante per p(0, $\frac{1}{2}$)
- m = - $\frac{1}{2}$ e passante per P(0, - $\frac{1}{3}$)

Riconosci fra le coppie di rette date quelle tra loro parallele e quelle tra loro perpendicolari:

A. $y=5x-6$; $y=-\frac{1}{5}x-3$ ____________________

B. $y=\frac{1}{3}x-4$; $y=-\frac{1}{3}x+4$ ____________________

C. $y=-3x+2$; $y=-3x+\frac{1}{2}$ ____________________

D. $y=7x-3$; $y=-7x+5$ ____________________

Nei seguenti esercizi, per ciascuna retta data, scrivi l'equazione della sua parallela e della sua perpendicolare passanti per l'origine:

A. $y=3x-10$ ______________________________

B. $y=-5x-8$ ______________________________

C. $y=-\frac{3}{8}x-2$ ______________________________

D. $y=\frac{2}{5}x-5$ ______________________________

Un'equazione del tipo $y=\frac{k}{x}$ (con k numero relativo qualsiasi) è l'equazione di una curva detta **iperbole equilatera**, che ha l'origine come **centro di simmetria** e le bisettrici dei quadranti come **assi di simmetria**.
Se k > 0 l'iperbole giace nel I, II quadrante; se k < 0, l'iperbole giace nel II, IV quadrante.

Un'equazione del tipo **$y = kx^2$** (con k numero relativo qualsiasi) è l'equazione di una curva detta **parabola**, che ha come **asse di simmetria** l'asse y e come **vertice** l'origine degli assi.
Se k > 0 la parabola ha concavità rivolta verso il semiasse positivo delle y.
Se k < 0 la parabola ha la concavità rivolta verso il semiasse negativo delle y.

Esercizio n. 13

Rappresenta nel piano cartesiano le curve aventi le seguenti equazioni:

$y=\frac{12}{x}$ $\quad y=\frac{1}{4}x^2$ $\quad y=-2x^2$

$y=-\frac{16}{x}$ $\quad y=x^2+1$ $\quad y=\frac{6}{x}$

Esercizio n. 14

Determina graficamente le coordinate le coordinate del punto di intersezione delle seguenti funzioni:

A. $y=\frac{6}{x}$ e $y=\frac{3}{2}x$

B. $y=-2x^2$ e $y=2x-1$

C. $y=\frac{1}{4}x^2$ e $y=\frac{1}{2}x+2$

D. $y=-\frac{8}{x}$ e $y=-2x$

Esercizio n. 15

Segna la risposta esatta in ognuno dei seguenti esercizi:

A. L'iperbole equilatera $y=\frac{32}{x}$ si trova nei seguenti quadranti:

a. I e II

b. I e III

c. II e IV

B. L'iperbole equilatera $y=\frac{60}{x}$ e la retta $y=x$ hanno in comune:

a. Due punti

b. Un punto

c. Nessun punto

C. L'iperbole equilatera $y=-\frac{18}{x}$ e la retta $y=x$ hanno in comune:

A. Due punti

B. Un punto

C. Nessun punto

D. Le iperboli equilatere $y=\frac{10}{x}$ e $y=-\frac{10}{x}$ hanno in comune:

a. Due punti

b. Un punto

c. Nessun punto

E. Le parabole $y=x^2$ e $y=-x^2$ hanno in comune:

a. Due punti

b. Un punto

c. Nessun punto

G. La parabola $y=x^2$ e la retta $y=4$ hanno in comune:

a. Due punti

b. Un punto

c. Nessun punto

H. La parabola $y=x^2$ e la retta $y=0$ hanno in comune:

a. Due punti

b. Un punto

c. Nessun punto

5 La parabola $y=x^2$ e la retta $y=-3$ hanno in comune:

a. Due punti

b. Un punto

c. Nessun punto

L. La parabola $y=-x^2$ si trova nei seguenti quadranti:

a. I e II

b. I e II

c. III e IV

Esercizio n. 16

Rappresenta i diagrammi cartesiani delle seguenti funzioni e verifica che si tratta di tre rette parallele:

$y=x+3$ $\qquad y=x$ $\qquad y=x+5$

Esercizio n. 17

Rappresenta graficamente le coordinate del punto di intersezione delle rette $y=-x+7$ e $y=2x-2$ e calcola la distanza tra tale punto e l'origine, assumendo come unità di misura il cm.

Esercizio n. 18

Scrivi l'equazione di una retta parallela e l'equazione di una retta perpendicolare alla retta $y=\frac{1}{2}x+1$ e quindi rappresentale in un sistema cartesiano ortogonale.

Esercizio n. 19

Determina graficamente le coordinate dei vertici del triangolo individuato dalle rette di equazione $y=x+2$, $y=-x+2$ e $y=0$.

Esercizio n. 20

Le rette di equazione $x=0$, $y=0$, $x=4$, $y=3$ determinano un rettangolo. Assunto come unità di misura il cm, calcola il perimetro del rettangolo e la misura della sua diagonale.